



Grandezze e unità di misura

Dott.ssa Alessandra Bernardini

Grandezze radiometriche e coefficienti del mezzo

- La radiazione ionizzante che attraversa la materia perde la sua energia in processi di eccitazione e ionizzazione degli atomi del mezzo che attraversa.
- Non tutta l'energia persa dalla radiazione viene assorbita dal mezzo.
- I processi di trasferimento e di assorbimento avvengono in fasi diverse che vengono descritte da grandezze dosimetriche distinte.

Grandezze dosimetriche = grandezze radiometriche x costante del mezzo

Descrivono il campo di radiazione. Sono costituite da **grandezze di campo** e **grandezze di sorgente**

Sono sostanzialmente i **coefficienti di interazione** radiazione-materia e i **poteri frenanti**

Grandezze radiometriche: di sorgente

- Le grandezze di sorgente forniscono informazioni relative alla sorgente di radiazione.
- Nel caso di un radioisotopo la grandezza di sorgente è l'attività:

$$A = \frac{dN}{dt} [s^{-1}]$$

- Nel caso di un acceleratore di particelle la grandezza di sorgente è rappresentata dall'intensità e dall'energia del fascio
- L'attività può essere anche espressa attraverso la costante di decadimento λ :

$$\begin{aligned} A(t) &= \lambda \times N(t) \\ &= \lambda \times N_0 e^{-\lambda t} \\ &= A_0 e^{-\lambda t} \end{aligned}$$

$N(t)$ = numero di nuclei presenti al tempo t

L'unità di misura nel SI dell'attività è il **Becquerel (Bq)**

Grandezze radiometriche: di campo

- Le grandezze di campo descrivono il campo di radiazione generato da una sorgente nello spazio circostante

$$\Phi = \frac{dN}{da} [m^{-2}] \text{ fluenza di particelle}$$

$$\varphi = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{dN}{da} \right) = \frac{d^2N}{dadt} [m^{-2} \cdot s^{-1}] \text{ flusso di particelle}$$

$$\Psi = \frac{dE_{tot}}{da} [J \cdot m^{-2}] \text{ fluenza di energia}$$

$$\psi = \frac{d\Psi}{dt} = \frac{d^2E}{dadt} [J \cdot m^{-2} \cdot s^{-1}] \text{ flusso di energia}$$

Costanti del mezzo

- Consideriamo un fascio di N fotoni che attraversa uno spessore lineare dl di materiale. Il numero di fotoni in uscita dallo spessore dl sarà:

$$dN = N \cdot \mu \cdot dl$$

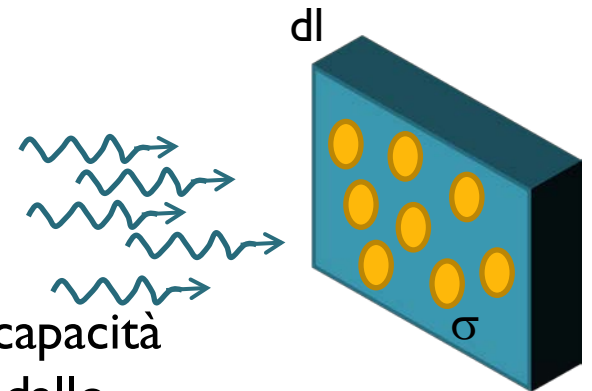
Dove μ è il coefficiente di attenuazione lineare

$$\mu = N_b \cdot \sigma = \rho \cdot \frac{\mathcal{N}_a}{A} \cdot \sigma$$

dove \mathcal{N}_a è il n. di Avogadro e A è il n. di massa del materiale attraversato

$$\frac{\mu}{\rho} = \frac{\mathcal{N}_a}{A} \cdot \sigma$$

Il coefficiente di massa consente di valutare la capacità di attenuazione del mezzo indipendentemente dallo stato di aggregazione della materia.



Interazione radiazione – materia (radiazione indirettamente ionizzante)

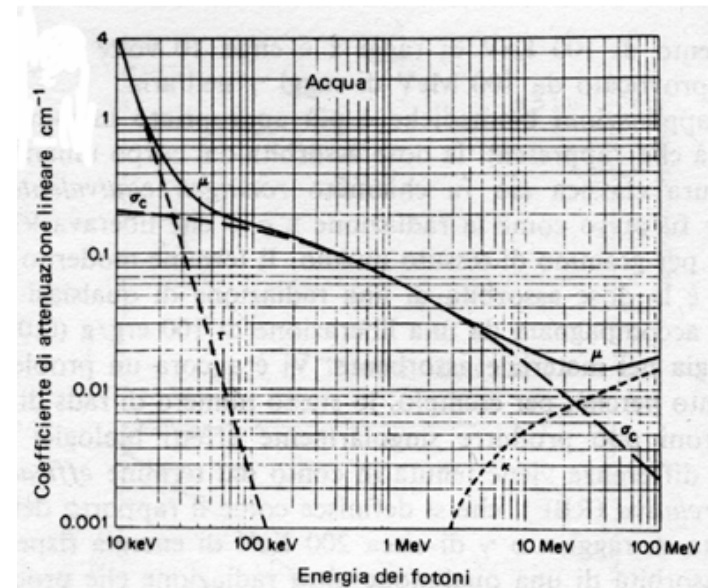
- L'interazione della radiazione e.m. ionizzante con la materia avviene essenzialmente per tre fenomeni:
 - Effetto fotoelettrico
 - Diffusione Compton
 - Produzione di Coppie
- L'attenuazione totale del fascio è data dalla somma dei tre effetti:

$$\begin{aligned}\left(\frac{\mu}{\rho}\right)_{tot} &= \left(\frac{\mu}{\rho}\right)_{\tau} + \left(\frac{\mu}{\rho}\right)_{c} + \left(\frac{\mu}{\rho}\right)_{k} \\ &= \frac{N_0}{A} (\sigma_{\tau} + \sigma_c + \sigma_k)\end{aligned}$$

$$\frac{\mu_{en}}{\rho} = \frac{\mu_{tr}}{\rho} (1 - g)$$

coeff. di assorbimento di energia massico

g = frazione di energia
dissipata come
radiazione di frenamento



Coefficienti di assorbimento

Il coefficiente di assorbimento rappresenta la frazione di radiazione gamma che interagisce per unità di spessore attraversato

$$\mu_{\tau} \cong \frac{Z^4}{E^3}$$

Fotoelettrico

$$\mu_C \cong \frac{Z}{E}$$

Compton

$$\mu_k \cong Z^2 \times (E - 1,022)$$

Produzione di coppie

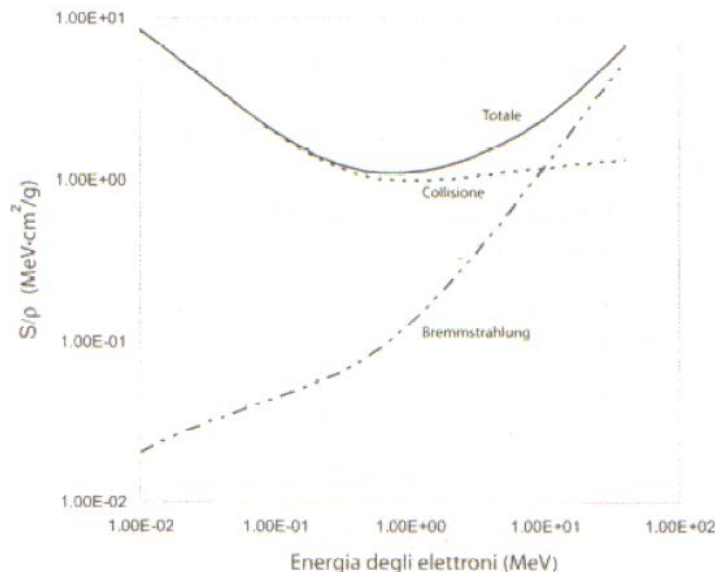
Interazione radiazione – materia (radiazione direttamente ionizzante)

- Le particelle cariche degradano la loro energia all'interno del mezzo in modo continuo.
- Una delle grandezze fisiche che descrive meglio questo processo è il **potere frenante massico**:

$$\frac{S}{\rho} = \frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx}$$

- Le particelle cariche possono perdere energia sia per collisione che per frenamento:

$$\left(\frac{dE}{\rho dx} \right) = \left(\frac{dE}{\rho dx} \right)_{coll} + \left(\frac{dE}{\rho dx} \right)_{rad}$$



Perdita di energia per collisione e per bremsstrahlung nel Piombo (Z=82).
L'energia critica, per cui i due termini si eguagliano, è circa 1 MeV

Radiazione ad alto e basso LET

Trasferimento lineare di energia (LET): è l'energia media, persa dalle particelle cariche, in collisioni, per unità di cammino percorso.

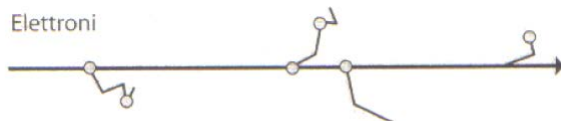
Radiazioni a basso LET

($L < 10 \text{ keV}/\mu\text{m}$)

- Raggi X
- Raggi gamma
- Particelle cariche leggere (es. elettroni)



Sparsamente ionizzanti
(in scala molecolare)



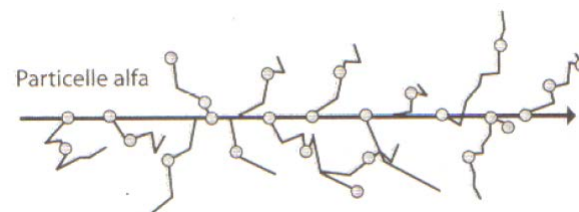
Radiazioni ad alto LET

($L > 10 \text{ keV}/\mu\text{m}$)

- Neutroni
- Particelle cariche pesanti (es. alfa)

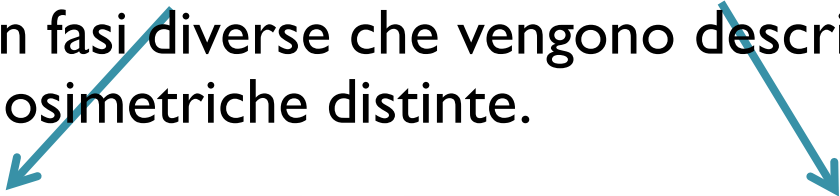


Densamente ionizzanti
(in scala molecolare)



Grandezze dosimetriche

- Il trasferimento dell'energia non coincide con l'assorbimento dell'energia, al mezzo.
- I processi di trasferimento e di assorbimento avvengono in fasi diverse che vengono descritte da grandezze dosimetriche distinte.



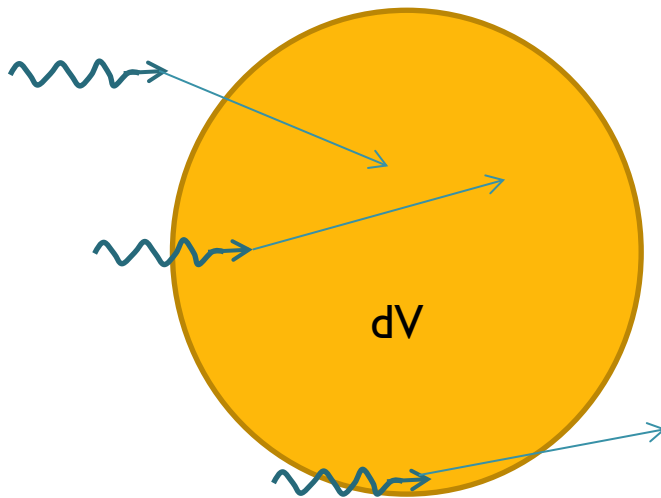
Rappresenta l'energia cinetica dei secondari carichi liberati dalla radiazione indirettamente ionizzante all'interno di un volume infinitesimo dV .

È la quantità di energia effettivamente ceduta all'interno del volume infinitesimo dV .

- Solo in particolari casi le due grandezze coincidono

Kinetic Energy Released in Matter

- Il Kerma descrive il trasferimento di energia nei processi di interazione delle radiazioni indirettamente ionizzanti con gli elettroni del mezzo.



$$K = \frac{dE_{tr}}{dm}$$

$$K = \Phi \cdot E \cdot \frac{\mu_{tr}}{\rho} = \Psi \cdot \frac{\mu_{tr}}{\rho}$$

Φ =fluenza di particelle

Ψ =fluenza di energia

Dose assorbita

- Rappresenta l'energia depositata dalla radiazione in un elemento di massa dm

$$D = \frac{dE_{ass}}{dm}$$

- La relazione sembra identica a quella del Kerma, ciò che cambia è l'energia presente al numeratore.
- dE_{ass} = è l'energia media impartita dalla radiazione (sia direttamente che indirettamente ionizzante) in un volume dV .

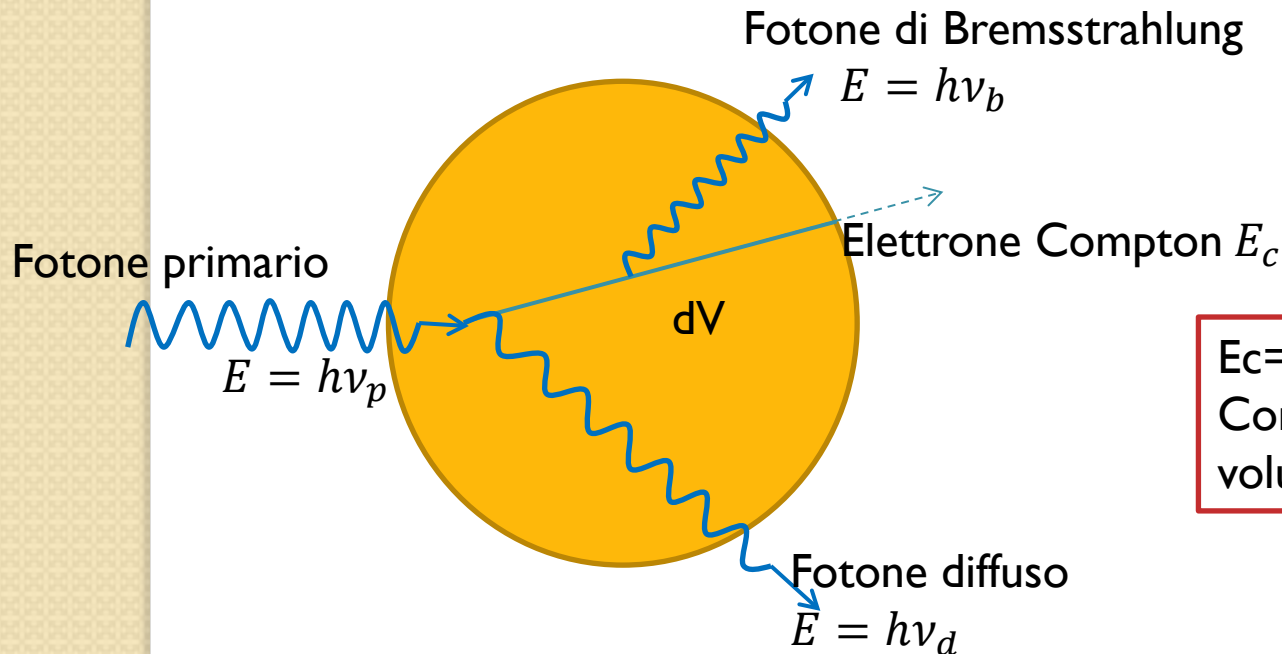
$$dE_{ass} = \Sigma dE_{in} - \Sigma dE_{out} + \Sigma dQ$$

$$dm = \rho dV$$

ΣdQ = energie liberate (+) e assorbite (-) nelle reazioni all'interno del volumetto dV

Confronto Kerma - Dose assorbita

- Rappresenta l'energia depositata dalla radiazione in un elemento di massa dm



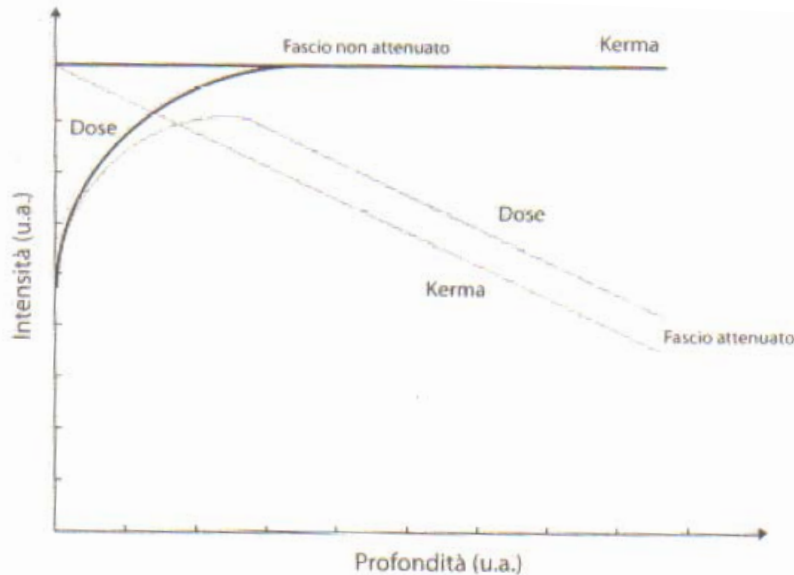
E_c = energia dell'elettone Compton persa fuori dal volumetto dV

$$dE_{ass} = h\nu_p - h\nu_d - h\nu_b - E_c - Q$$

$$dE_{tr} = h\nu_p - h\nu_d - Q$$

Relazione Kerma - Dose assorbita

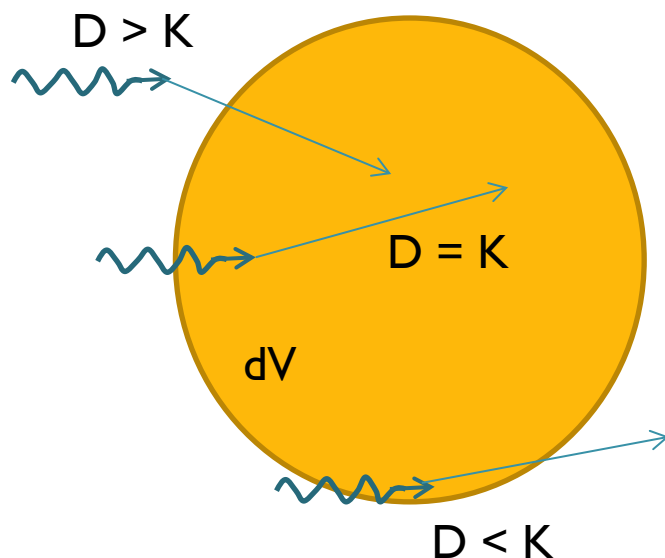
- Le curve più scure rappresentano la dose e il Kerma in assenza di attenuazione dovuta alla profondità.



- In questo caso il Kerma ha un valore costante per tutta la profondità, mentre la dose aumenta man mano che aumenta la profondità fino a raggiungere la saturazione e da quel momento in poi ha un valore uguale al Kerma (equilibrio di particelle cariche - EPC)
- Se non è trascurabile l'attenuazione dovuta alla profondità, il Kerma ha un andamento rettilineo decrescente mentre la dose cresce fino ad eguagliare il Kerma (EPC) e poi decresce parallelamente al Kerma (condizione di quasi equilibrio)
- La dose è maggiore del Kerma perché gli elettroni creati negli strati precedenti contribuiscono alla dose assorbita negli strati successivi, mentre il numero di fotoni decresce a causa dell'attenuazione, facendo decrescere il Kerma.

Equilibrio di particelle cariche

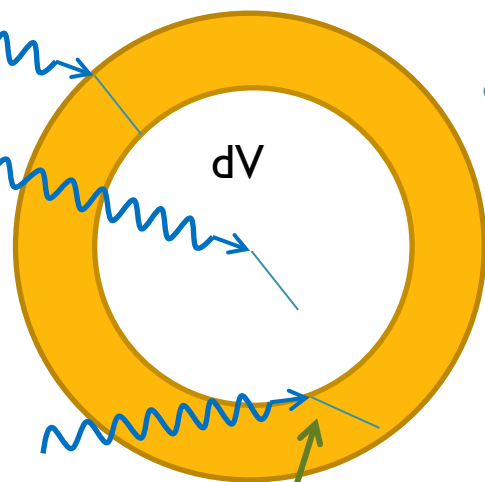
- L'equilibrio elettronico (o equilibrio di particelle cariche) si ha quando in un volumetto dV all'interno di un mezzo irradiato, il valore dell'energia che entra è uguale a quello dell'energia che esce.



- Il caso in cui gli eventi di tipo $D > K$ siano compensati da eventi di tipo $D < K$ allora si ha EPC

Esposizione

- È la più antica grandezza dosimetrica (1928), istituita allo scopo di quantificare l'effetto delle radiazioni ionizzanti tramite una grandezza misurabile.
- L'esposizione è riferita esclusivamente a fasci di fotoni e alla loro capacità di produrre ionizzazione in aria.
- È definita come la quantità di carica prodotta per unità di massa.
- L'Esposizione è definita solo in aria per fotoni di energia inferiore a 3 MeV.



Massimo range dei secondari carichi prodotti in dV

$$X = \frac{dQ}{dm} \text{ [[Coulomb kg}^{-1}\text{]]}$$

dQ = il valore assoluto della carica totale degli ioni (di un solo segno) prodotti in aria, quando tutti gli elettroni liberati dai fotoni nell'elemento di massa dm sono completamente fermati in aria (anche fuori dall'elemento di volume).

Misura dell'Esposizione

- L'energia del fascio primario, perduta in processi di eccitazione e ionizzazione, viene data da:

$$E_X = \Phi \cdot E \cdot \left(\frac{\mu_{en}}{\rho} \right)_{aria} \quad \Phi \cdot E = \text{fluenza di energia}$$

- La ionizzazione prodotta dall'assorbimento della radiazione di frenamento dei secondari carichi non deve essere computata nel calcolo dell'Esposizione.
- Dividendo l'espressione dell'energia media necessaria a creare una coppia di ioni in aria \bar{W}_{aria} e moltiplicando per la carica dell'elettrone e , si ha la carica totale prodotta per unità di massa:

$$X = \Phi \cdot E \cdot \left(\frac{\mu_{en}}{\rho} \right)_{aria} \cdot \frac{e}{\bar{W}_{aria}}$$

Relazione tra l'Esposizione e le altre grandezze dosimetriche

- **Relazione tra Esposizione e Kerma:**

$$X = \Phi \cdot E \cdot \left(\frac{\mu_{tr}}{\rho} \right)_{aria} \cdot (1 - g) \cdot \frac{e}{\bar{W}_{aria}} = K_{aria} \cdot (1 - g) \cdot \frac{e}{\bar{W}_{aria}}$$

Per energie fino a 3 MeV possiamo assumere che $g \approx 0$

$$X \approx K_{aria} \cdot \frac{e}{\bar{W}_{aria}}$$

- **Relazione tra Esposizione e Dose assorbita:**

$$X = \Phi \cdot E \cdot \left(\frac{\mu_{en}}{\rho} \right)_{aria} \cdot \frac{e}{\bar{W}_{aria}}$$

$$X = D_{aria} \cdot \frac{e}{\bar{W}_{aria}}$$

Dose assorbita nel mezzo

- Dalla relazione tra Dose assorbita in aria ed Esposizione, si può ricavare la Dose assorbita in un mezzo qualunque

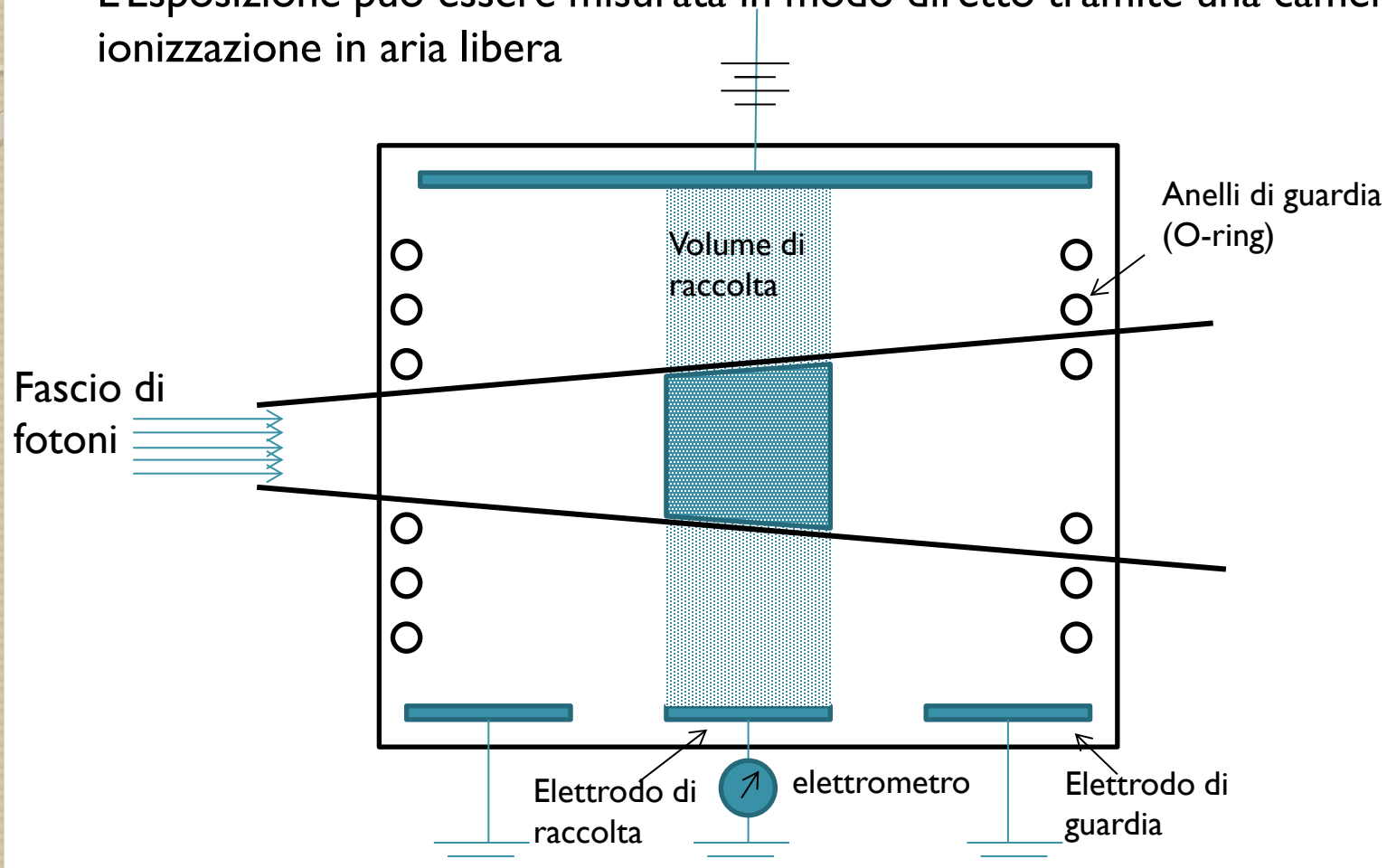
$$\boxed{X = D_{aria} \cdot \frac{e}{\bar{W}_{aria}}} \quad \Rightarrow \quad D_{aria} = X \cdot \frac{\bar{W}_{aria}}{e}$$

$$\frac{D_m}{D_a} = \frac{\left(\frac{\mu_{en}}{\rho}\right)_m}{\left(\frac{\mu_{en}}{\rho}\right)_a} X \cdot \frac{\Psi}{\bar{\Psi}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{D_m = \frac{\left(\frac{\mu_{en}}{\rho}\right)_m}{\left(\frac{\mu_{en}}{\rho}\right)_a} \cdot D_a}$$

In condizioni di equilibrio di particelle cariche, si può analogamente ottenere l'espressione della Dose in funzione del Kerma

Camera di ionizzazione in aria libera

- L'Esposizione può essere misurata in modo diretto tramite una camera di ionizzazione in aria libera

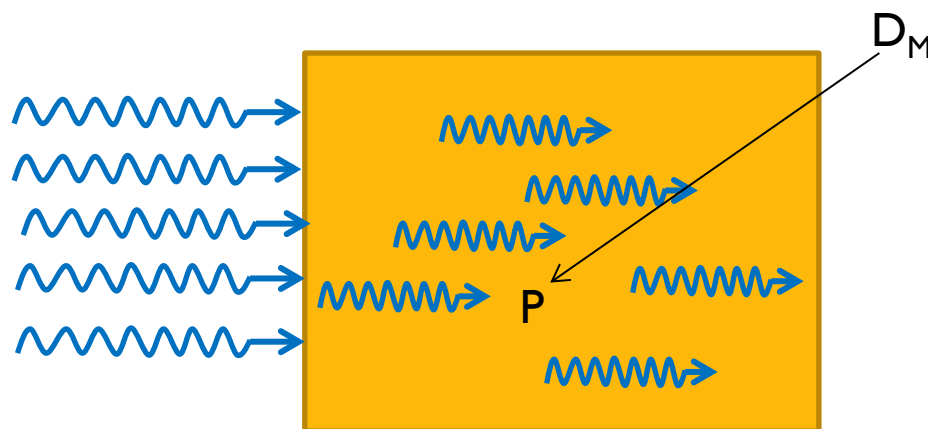


- La distanza degli elettrodi deve essere tale che tutti gli e^- secondari prodotti all'interno del volumetto sensibile siano completamente fermati in aria.

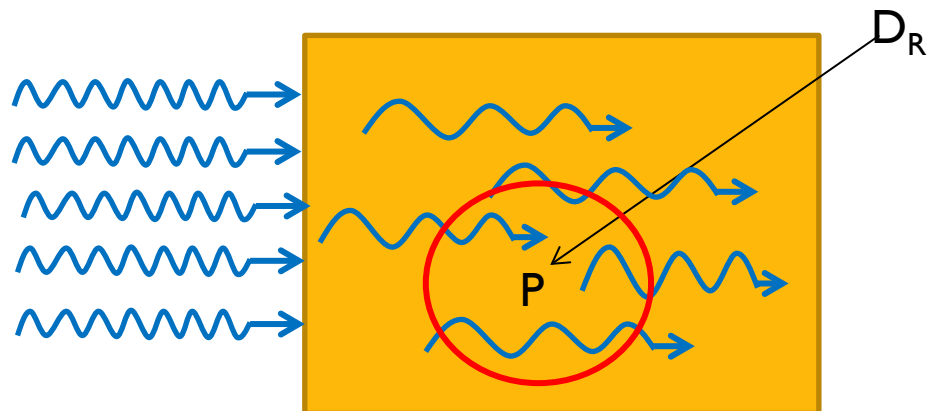
Teoria della cavità di Bragg-Gray

- La teoria della cavità permette di valutare la dose assorbita da un mezzo M sottoposto ad un campo di radiazione, misurando la dose rilasciata in una cavità R del materiale in cui è stato introdotto un opportuno rivelatore.

Consideriamo un mezzo M immerso in un campo di radiazioni ionizzanti



Inserendo un rivelatore R per la misura della dose in P si determina una perturbazione del campo di radiazione.



Condizioni di cavità piccola

- Se la cavità è sufficientemente piccola, si introduce la minima perturbazione al campo di radiazione introducendo un dosimetro.
- Per piccola si intende che le sue dimensioni siano piccole rispetto al percorso dei secondari carichi e libero cammino medio dei primari.
- Inoltre si devono supporre soddisfatte le seguenti condizioni:
 - a. Ci troviamo in condizioni di equilibrio elettronico anche in assenza di cavità.
 - b. La cavità non modifica fluenza, energia e direzione dei secondari carichi (produzione di s.c. e perdita di energia di questi è praticamente trascurabile all'interno della cavità).
- Se queste condizioni sono soddisfatte si può supporre che la fluenza dei secondari carichi nella cavità R sia la stessa che nel mezzo M.
- In condizioni di EPC:

$$D_M = \int \Phi_M \cdot \left(\frac{S_{coll}}{\rho} \right)_M dE \quad \text{analogamente} \quad D_R = \int \Phi_R \cdot \left(\frac{S_{coll}}{\rho} \right)_R dE$$

Relazione fra D_M e D_R

- Ricordando l'ipotesi $\Phi_M = \Phi_R$ e ricordando l'espressione generica del valor medio di una funzione, possiamo dire che la relazione fra dosi è uguale al rapporto fra poteri frenanti massici:

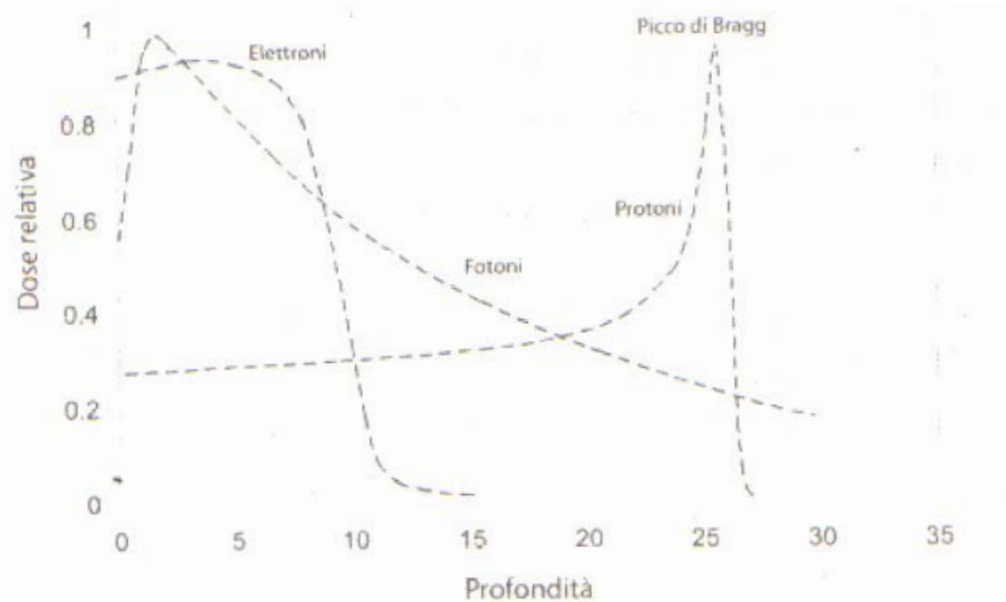
$$\frac{D_M}{D_R} = \frac{\left(\frac{S_{coll}}{\rho}\right)_M}{\left(\frac{S_{coll}}{\rho}\right)_R} = \bar{S} \quad \rightarrow \quad D_M = \bar{S} \cdot D_R$$

Relazione di Bragg-Gray

- La teoria della cavità si applica per lo più alle camere di ionizzazione.

Curve di dose

- Fotoni: si ha un minimo di dose sulla superficie del mezzo in cui i fotoni iniziano a cedere la loro energia ai secondari carichi che a loro volta la cederanno progressivamente negli strati più profondi. Si ha un massimo di dose sotto la superficie quando il fascio non è ancora attenuato.
- Elettroni: si ha un elevato valore di dose già sulla superficie del mezzo, che aumenta inizialmente a causa della diffusione degli elettroni. Aumentando la profondità si ha una significativa degradazione del fascio.
- Protoni: è caratterizzata dal picco di Bragg, che evidenzia la massima cessione di energia negli strati più profondi del mezzo. Per le particelle cariche pesanti, la ionizzazione è massima quando queste sono tutte arrestate nel mezzo, alla fine del loro percorso.



Dose assorbita

- È la quantità di energia impartita dalla radiazione ad una massa unitaria di materiale attraversato:

$$D = \frac{dE}{dm}$$

- Questa quantità non ci consente di tener conto degli effetti biologici indotti da radiazioni di diversa qualità.

Dose equivalente

- È definita mediante un fattore di ponderazione w_R che tiene conto del LET della radiazione e in qualche modo anche della RBE (efficacia biologica relativa)

$$H_T = \sum_R w_R \times D_{T,R}$$

w_R = fattore di ponderazione per la radiazione R

$D_{T,R}$ = dose assorbita mediata sull'organo o tessuto T a causa della radiazione R

Valori di w_R

Fotoni di tutte le energie	1
Elettroni e muoni di tutte le energie	1
Neutroni, energia < 10 keV	5
tra 10 keV e 100 keV	10
tra 100 keV e 2 MeV	20
tra 2 MeV e 20 MeV	10
> 20 MeV	5
Protoni tranne quelli di rinculo, energia > 2 MeV	5
Particelle alfa, frammenti di fissione, nuclei pesanti	20

Dose efficace

- Nella D.E. si tiene conto degli effetti biologici probabilistici in funzione dell'organo o tessuto irradiato mediante il fattore di ponderazione w_T

$$E = \sum_T w_T \times H_T$$

w_T = fattore di ponderazione per l'organo o tessuto T

H_T = dose equivalente nel tessuto o organo T

Valori di w_T	
Gonadi	0,20
Midollo osseo (rosso)	0,12
Colon	0,12
Polmone	0,12
Stomaco	0,12
Vescica	0,05
Mammella	0,05
Fegato	0,05
Esofago	0,05
Tiroide	0,05
Cute	0,01
Superfici ossee	0,01
Altri tessuti	0,05

Unità di misura

- Dose assorbita \rightarrow $Gray(Gy) = 1 \frac{Joule}{kg}$
- Dose equivalente \rightarrow $Sievert(Sv) = [Gy]$
- Dose efficace \rightarrow $Sievert(Sv) = [Gy]$

Quando si parla di Sievert, vuol dire che si sta tenendo conto del tipo di radiazione incidente

Vedi anche ICRP n.60 e n.103

Le grandezze operative di radioprotezione

- Le grandezze protezionistiche (dose efficace e dose equivalente) sono state riconosciute esplicitamente non misurabili.
- Per questo motivo l'ICRU (International Commission on Radiation Units) ha introdotto tre grandezze operative:
 - Equivalente di dose ambientale $H^*(d)$ - *radiazioni fortemente penetranti*
 - Equivalente di dose direzionale $H'(d, \Omega)$ - *radiaz. debolmente penetranti*
 - Equivalente di dose personale $H_p(d)$ - *per la sorveglianza personale*
- Sia per la sorveglianza ambientale che per quella personale è raccomandata una profondità di 10 mm per le radiazioni fortemente penetranti, 0,07 mm per le radiazioni debolmente penetranti e 3 mm per gli occhi.

Sfera ICRU e fantoccio SLAB

- La misurabilità dell'equivalente di dose personale è in realtà discutibile. Perché è una grandezza definita nel corpo umano e per tale ragione non è misurabile.
- Inoltre è una multi-valued quantity, cioè può assumere più di un valore per uno stesso individuo a seconda del punto di misura e variare anche da individuo a individuo.
- Per avere una single-valued quantity si dovrebbe specificare il singolo fantoccio da usare per ciascuna parte del corpo e il punto in cui determinare la grandezza.
- La sfera ICRU introdotta per la dosimetria ambientale è stata riconosciuta inadatta per la dosimetria individuale e infatti l'ICRU stessa ha introdotto il fantoccio SLAB per simulare il tronco del corpo, un parallelepipedo $30 \times 30 \times 15 \text{ cm}^3$

I coefficienti di conversione

- Le grandezze operative sono grandezze «vagamente» misurabili.
- Per poter misurare tali grandezze è necessario calibrare lo strumento di misura (risposta attesa in funzione dell'energia) attraverso l'utilizzo di **coefficienti di conversione** che alle varie energia convertano la grandezza fisica effettivamente misurata (solitamente fluenza di particelle o Kerma in aria) nella grandezza operativa cercata.
- I coefficienti di conversione servono anche per determinare le grandezze protezionistiche, che devono risultare conservativamente inferiori a quelle operative.
- I coefficienti di conversione vengono calcolati con il metodo Monte Carlo con il quale vengono simulati tutti i dettagli del fantoccio e le condizioni di irraggiamento.